

Lösungen für 1.Übung Mathematik Sommersemester

Aufgabe 1: a) ja, bildet einen Teilraum!

Test: $a + \mu b \in T$, d.h.
$$\begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 + \mu \cdot b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ c_2 \end{pmatrix} \in T$$

b) nein, bildet keinen Teilraum!

Test: $a + \mu b \in T$ Da $a_1 = 1 + a_2$ folgt

$$\begin{pmatrix} 1 + a_2 \\ a_2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 + b_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + a_2 + \mu + \mu \cdot b_2 \\ a_2 + \mu \cdot b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + a_2 + \mu \cdot b_2 + \mu \\ a_2 + \mu \cdot b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + c_2 + \mu \\ c_2 \end{pmatrix} \notin T$$

Aufgabe 2:

a) Vektoren sind linear unabhängig, da $\det(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) = 12 \neq 0$

b) Vektoren sind linear unabhängig, da $\det(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3) = -9 \neq 0$

c) Vektoren sind linear abhängig, da die Matrix $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5)$ eine Nullzeile besitzt (5. Zeile) und damit die Determinante gleich 0 ist!!

d) 6 Vektoren in einem 5-dimensionalen Vektorraum sind immer linear abhängig!